9º FEPEG FÓRUM DE ENSINO, PESQUISA, EXTENSÃO E GESTÃO
TRABALHOS CIENTÍFICOS APRESENTAÇÕES ARTÍSTICAS E CULTURAIS DEBATES MINICURSOS E PALESTRAS
23 A 26 SETEMBRO DE 2015
Campus Universitário Professor Darcy Ribeiro
ISSN 1806-549X
A HUMANIZAÇÃO NA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO

O GeoGebra como ferramenta na compreensão do estudo de máximos e mínimos relacionados com derivadas

Flavio Gabriel Barbosa Mendes, Bruna Luiza Alves Ruas, Edson Crisostomo Dos Santos

Introdução

A utilização de softwares que contemplam ferramentas da Matemática Dinâmica, como o GeoGebra, para a apresentação da derivada na disciplina do cálculo pode permitir ao acadêmico a compreensão dos conceitos e aplicações das derivadas de maneira elementar, no que se refere a problemas de máximos e mínimos.

Um dos conceitos da derivada no estudo de máximos e mínimos é que seu valor está relacionado com coeficiente angular da reta tangente à função em um ponto específico e, desta forma, é interessante mostrar ao aluno o comportamento desta reta, uma vez que, se uma função possui ponto de máximo ou de mínimo a derivada será nula naquele ponto e, assim, tem-se uma reta paralela ao eixo das abscissas, pois o ângulo entre a reta e o eixo será nulo. Essa ideia é contemplada por Guidorizzi (2008, p. 280) [1] da seguinte maneira: **"**Seja *f* uma função derivável em *p*, onde *p* é um ponto interior a D_f. Uma condição necessária para que *p* seja ponto de máximo ou de mínimo local é que $f'(p)=0$".

Neste trabalho será apresentada a solução para dois problemas matemáticos envolvendo máximos e mínimos utilizando o GeoGebra com o objetivo principal consiste em analisar a utilização do software gráfico para a compreensão do conceito de derivada e de sua aplicação na resolução de tais problemas.

Material e métodos

Para a produção deste trabalho utilizou-se de revisão bibliográfica de livros e artigos e dos recursos oferecidos pelo software GeoGebra. Inicialmente foram buscadas situações-problema que, em sua solução, relacionavam a aplicação de conhecimentos de derivadas na resolução de problemas de máximos e mínimos, posteriormente foram produzidos materiais gráficos a fim de enriquecer a solução dos problemas encontrados.

Resultados e discussão

Serão analisadas duas situações-problema propostas por Crisostomo (2012) [2], as quais são sintetizadas a seguir.

1. Situação Problema 1:

Para a construção de uma moldura de um quadro retangular será utilizada uma ripa de 8 metros. Quais deverão ser as dimensões da moldura para que sua área seja máxima?

1.1. Solução:

Para a solução do problema apresentado é necessário utilizar conhecimentos relativos a máximos e mínimos, uma vez que o problema pede as dimensões da moldura a fim de que sua área seja máxima. Desta forma, o problema pode ser resolvido da seguinte maneira:

1° Passo: Determinar as dimensões do retângulo como x e y, posteriormente, coloca-se um lado em função do outro sabendo que o perímetro da figura é 8 metros. Desta forma obtém-se: $2x+2y=8$, então, $x+y=4$ e $y=4-x$, portanto, as dimensões do retângulo são x e $4-x$;

2° Passo: Escrever a função $A(x,y)$ da área do retângulo. Desta forma: $A(x,y)=xy$, substituindo o valor de y, determinado no 1° Passo na função, obtém-se: $A(x) = x(4-x)$, então, $A(x)=-x^2+4x$;

3° Passo: Determinar o valor de x para que a área atinja seu valor máximo. Desta forma: $A'(x)=-2x+4$ e, para determinar o ponto de máximo, $A'(x)=0$, então, $-2x+4=0$ e, portanto, $x=2$. Um estudo de sinais dessa derivada permite concluir que se trata de um máximo.

Apoio financeiro: FAPEMIG.

ISSN 1806-549X

A Fig. 1 mostra a construção desenvolvida no GeoGebra o que simplifica a compreensão do problema apresentado, onde pode-se observar que à medida em que os valores de x variam, as dimensões do retângulo e a reta tangente à função da área se alteram.

Portanto, para $x=2$ a área atinge seu valor máximo e, desta forma, o retângulo deve ter as dimensões $x=2$ e $y=2$. Com isso, pode-se concluir que, dentre os retângulos de mesmo perímetro o quadrado é aquele que possui a maior área.

2. Situação Problema 2:

Com um fio de arame de 6 metros pretende-se construir um quadrado e um círculo. Qual deve ser o tamanho do lado do quadrado e do raio do círculo de forma que a soma de suas áreas seja mínima?

2.1. Solução:

Para a solução do problema apresentado é necessário utilizar conhecimentos relacionados às derivadas e a suas aplicações aos problemas de máximos e de mínimos, uma vez que o problema pede as dimensões do círculo e do quadrado a fim de que a soma de suas áreas seja mínima. Desta forma, o problema pode ser resolvido da seguinte maneira:

1° Passo: Determinar a o comprimento do círculo como sendo x e o perímetro do quadrado como sendo $6\text{-}x$; assim, é possível determinar o raio (r) do círculo a partir de seu comprimento (C) e o lado (a) do quadrado conhecendo seu perímetro ($2p$). Fazendo isso, obtém-se: $C=2\pi r$, então, $r=C/2\pi$ e, portanto, $r=x/2\pi$, também, $2p=4a$, então, $6\text{-}x=4a$ e, portanto, $a=(6\text{-}x)/4$;

2° Passo: Escrever a função $A(a,r)$ da soma das áreas do quadrado com o círculo. Desta forma: $A(a,r)=a^2+\pi r^2$, substituindo os valores de a e r, determinados no 1° Passo, obtém-se: $A(x)=[(6\text{-}x)/4]^2+\pi(x/2\pi)^2$, desenvolvendo obtém-se: $A(x)=[(\pi+4)/16\pi]x^2\text{-}(3/4)x+(9/4)$;

3° Passo: Determinar o valor de x para que a soma das áreas atinja seu valor mínimo e, substituindo seu valor nas equações do 1º Passo, obtém-se o lado do quadrado e o raio do círculo. Desta forma: $A'(x)= [(\pi+4)/8\pi]x - (3/4)$ e, para determinar o ponto de mínimo, $A'(x)=0$, então, $[(\pi+4)/8\pi]x - (3/4) =0$ e, portanto, $x=6\pi/(\pi+4)$. Um estudo de sinais dessa derivada permite concluir que se trata de um mínimo.

Assim como a Fig. 1, a Fig. 2 também é uma construção para compreensão do problema acima e apresenta características similares à construção do problema anterior, desta forma, utilizando os recursos de animação do GeoGebra é possível fazer com que a reta tangente à parábola, que representa a área do retângulo em função de suas dimensões – para o problema 1 – ou a soma das áreas do círculo e do quadrado – para o problema 2 –, se movimente e, também, é possível explicitar o ângulo entre essa reta e o eixo das abscissas, fazendo com que ele varie de tal forma, que quando o ponto de tangência entre a parábola e a reta é máximo ou mínimo, o ângulo entre a reta e o eixo das abscissas é nulo.

Conclusão

Com o auxílio do GeoGebra é possível que os estudantes do curso de Cálculo construam seus próprios conceitos a cerca das derivadas e de suas aplicações aos problemas de máximo e de mínimo de maneira ativa e significativa. Parece oportuno seguir a pesquisa no sentido de interpretar como se processa a transição da imagem conceitual dos estudantes sobre as derivadas e suas aplicações para a definição formal desse conceito, por meio da associação da imagem conceitual à representação gráfica visualizada na janela geométrica do GeoGebra e as definições conceituais pessoais e formais relativa aos conceitos abordados no contexto do ensino do Cálculo no Curso de Engenharia Civil.

Referências

[1] GUIDORIZZI, H. H. **Um curso de cálculo**. Rio de Janeiro: LTC, v. 1, 5 ed., 2008.

[2] CRISOSTOMO, E. **Tópicos de Cálculo Diferencial e Integral.** CEAD-UNIMONTES. Montes Claros-MG, 2012. Disponível em:<http://www.virtualmontes.unimontes.br/course/view.php?id=2022>. Acesso em: 22 Jul .2015.

[3] MATEMÁTICA, FÍSICA, CIÊNCIAS E AFINS – O BARICENTRO DA MENTE. Aplicação de Derivada para Determinação de Máximos e Mínimos. 2010. Disponível em: <https://obaricentrodamente.blogspot.com.br/2010/03/aplicacao-de-derivada-para-determinacao.html>. Acesso em: 12 Jun. 2015.

9º FEPEG FÓRUM DE ENSINO, PESQUISA, EXTENSÃO E GESTÃO
TRABALHOS CIENTÍFICOS APRESENTAÇÕES ARTÍSTICAS E CULTURAIS DEBATES MINICURSOS E PALESTRAS
23 A 26 SETEMBRO DE 2015
Campus Universitário Professor Darcy Ribeiro
ISSN 1806-549X
A HUMANIZAÇÃO NA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO

[4] VINER, S. O papel das definições no ensino e aprendizagem de Matemática. Tradução de Márcia Maria Fusaro Pinto e Jussara de Loiola Araújo.The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics. In: Tall, D. (Ed.) Advanced Mathematical Thinking. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, p. 65-81, 1991.

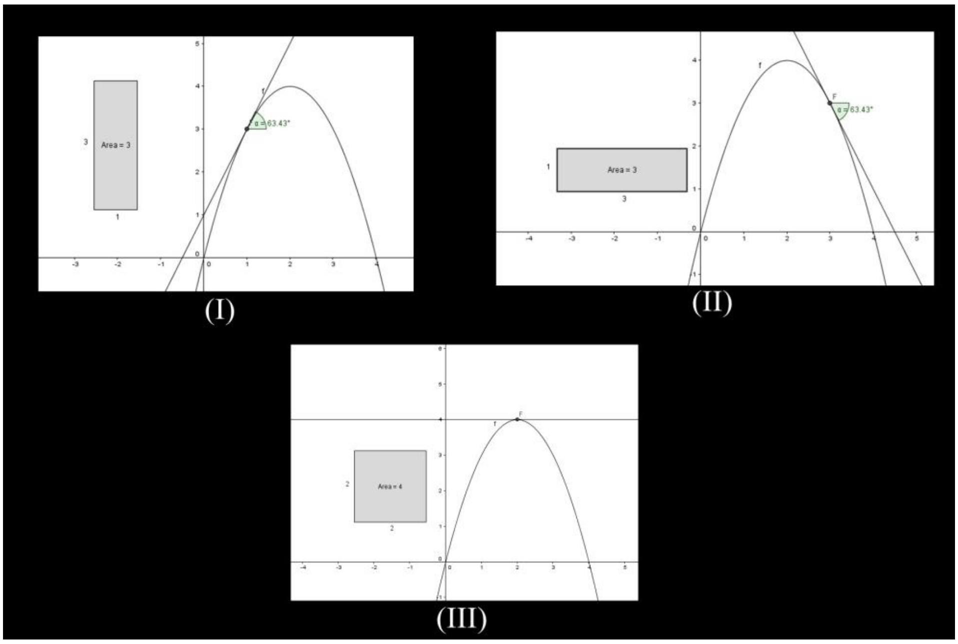

Figura 1. Construção gráfica com auxílio do GeoGebra para o Problema 1. Em (I) a representação quando *x<2*, em (II) a representação quando *x>2* e em (III) a representação para *x=2*.

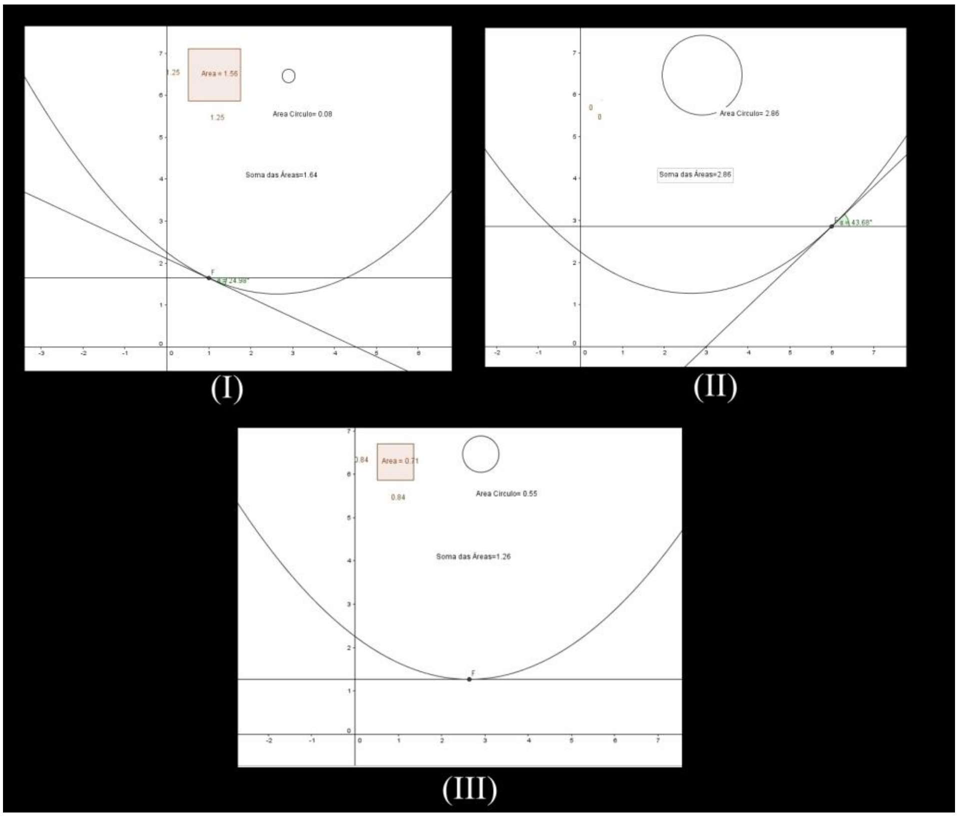

Figura 2. Construção gráfica feita com o GeoGebra para o Problema 2. Em (I) e (II) a representação quando os valores de *A(x)* não são mínimos e em (III) *A(x)* é mínimo.